PART2　母比率の推定

2　ある市の全家庭から 3600 家庭を無作為抽出し，新規導入予定のゴミ分別制度への賛否を調査したところ，2304 家庭が賛成と回答した。

(1)　この市の全家庭における賛成の母比率 p を信頼度 95% で推定せよ。結果は小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位まで求めよ。

(2)　この市の全家庭における賛成の母比率 p を信頼度 99% で推定せよ。結果は小数第 4 位を四捨五入して小数第 3 位まで求めよ。

(3)　母比率 p に対する信頼度 r % の信頼区間を $A \leqq p \leqq B$ とするとき，この信頼区間の幅を $B-A$ と定める。母比率 p に対する信頼度 95% の信頼区間の幅を，信頼度を変えずに(1)における信頼区間と比べて半分にしたい。標本の大きさを何倍にすればよいか。

Point Pickup

母比率 p に対して信頼度 95% の信頼区間を求めることを，母比率 p を信頼度 95% で推定する，ということがある。

標本の大きさ n が十分に大きいとき，標本比率を R とすると，母比率 p に対する

信頼度 95% の信頼区間は　$R-1.96\cdot\sqrt{\dfrac{R(1-R)}{n}} \leqq p \leqq R+1.96\cdot\sqrt{\dfrac{R(1-R)}{n}}$

信頼度 99% の信頼区間は　$R-2.58\cdot\sqrt{\dfrac{R(1-R)}{n}} \leqq p \leqq R+2.58\cdot\sqrt{\dfrac{R(1-R)}{n}}$

第6講　PART2　確認問題

1　あるテレビ番組を放送している地域の全世帯から1600世帯を無作為抽出し，その番組を視聴したかどうか調べたところ，320世帯が視聴していたことがわかった。

(1)　この地域の全世帯において番組を視聴した世帯の母比率pを信頼度95%で推定せよ。結果は小数第4位を四捨五入して小数第3位まで求めよ。

［ア］$\leqq p \leqq$［イ］

(2)　この地域の全世帯において番組を視聴した世帯の母比率pを信頼度99%で推定せよ。結果は小数第4位を四捨五入して小数第3位まで求めよ。

［ウ］$\leqq p \leqq$［エ］

[［ア］～［エ］の選択肢]

① 0.162　② 0.174　③ 0.180　④ 0.191
⑤ 0.210　⑥ 0.220　⑦ 0.226　⑧ 0.233

(3)　母比率pに対する信頼度r%の信頼区間を$A \leqq p \leqq B$とするとき，この信頼区間の幅を$B-A$と定める。母比率pに対する信頼度95%の信頼区間の幅を，信頼度を変えずに(1)における信頼区間と比べて$\dfrac{1}{3}$にしたい。標本比率が変わらないとすると，標本の大きさを何倍にすればよいか。

［オ］倍にすればよい

[［オ］の選択肢]

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 9
⑥ $\dfrac{1}{2}$　⑦ $\dfrac{1}{3}$　⑧ $\dfrac{1}{4}$　⑨ $\dfrac{1}{9}$

⑷　母比率 p に対する信頼区間の幅を，標本を変えずに⑴における信頼区間と比べて $\frac{1}{3}$ にしたい。信頼度を何％にすればよいか。次の < 正規分布表 > を用い，答えは，小数第１位を四捨五入して整数で求めよ。

カキ ％にすればよい

< 正規分布表 >

u	.00	.01	.02	.03	.04	.05
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

[MEMO]

PART2　母比率の推定

2　ある市の全家庭から3600家庭を無作為抽出し，新規導入予定のゴミ分別制度への賛否を調査したところ，2304家庭が賛成と回答した。

(1)　この市の全家庭における賛成の母比率 p を信頼度95%で推定せよ。結果は小数第4位を四捨五入して小数第3位まで求めよ。

(2)　この市の全家庭における賛成の母比率 p を信頼度99%で推定せよ。結果は小数第4位を四捨五入して小数第3位まで求めよ。

(3)　母比率 p に対する信頼度 r %の信頼区間を $A \leqq p \leqq B$ とするとき，この信頼区間の幅を $B-A$ と定める。母比率 p に対する信頼度95%の信頼区間の幅を，信頼度を変えずに(1)における信頼区間と比べて半分にしたい。標本の大きさを何倍にすればよいか。

(1)　標本の大きさは $n=3600$，標本比率は $R=\dfrac{2304}{3600}=0.64$

$$1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=1.96\cdot\sqrt{\frac{0.64\times0.36}{3600}}=1.96\cdot0.008=0.01568$$

よって，信頼度95%の信頼区間は

$$0.64-0.01568 \leqq p \leqq 0.64+0.01568 \quad \text{より} \quad 0.62432 \leqq p \leqq 0.65568$$

小数第4位を四捨五入して　$0.624 \leqq p \leqq 0.656$

(2)　(1)より，$n=3600$，$R=0.64$ であるから

$$2.58\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=2.58\cdot\sqrt{\frac{0.64\times0.36}{3600}}=2.58\cdot0.008=0.02064$$

よって，信頼度99%の信頼区間は

$$0.64-0.02064 \leqq p \leqq 0.64+0.02064 \quad \text{より} \quad 0.61936 \leqq p \leqq 0.66064$$

小数第4位を四捨五入して　$0.619 \leqq p \leqq 0.661$

(3)　母比率 p に対する信頼度95%の信頼区間の幅は

$$\left(R+1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right)-\left(R-1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right)=2\cdot1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}$$

であるから，$n=3600$ のときの信頼区間の幅の半分になる標本の大きさを N とすると

$$2\cdot1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{N}}=\frac{1}{2}\cdot2\cdot1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{3600}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{N}}=\frac{1}{2\sqrt{3600}} \qquad N=4\cdot 3600$$

よって，標本の大きさを４倍にすればよい。

第 6 講　PART2　確認問題 解答

1 **[正解]** ア：③，イ：⑥，ウ：②，エ：⑦，オ：⑤，

カキ：48

[解説]

(1)　標本の大きさは　$n=1600$

標本比率は　$R=\dfrac{320}{1600}=0.2$

$$1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=1.96\cdot\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{1600}}$$

$$=1.96\cdot\frac{1}{100}=0.0196$$

よって，信頼度 95% の信頼区間は

$0.2-0.0196\leqq p\leqq 0.2+0.0196$ [A]

$0.1804\leqq p\leqq 0.2196$

小数第 4 位を四捨五入して

$\mathbf{0.180\leqq p\leqq 0.220}$

(2)　(1)より，$n=1600$，$R=0.2$ であるから

$$2.58\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}=2.58\cdot\sqrt{\frac{0.2\times0.8}{1600}}$$ [A]

$$=2.58\cdot\frac{1}{100}=0.0258$$

よって，信頼度 99% の信頼区間は

$0.2-0.0258\leqq p\leqq 0.2+0.0258$

$0.1742\leqq p\leqq 0.2258$

小数第 4 位を四捨五入して

$\mathbf{0.174\leqq p\leqq 0.226}$

(3)　母比率 p に対する信頼度 95% の信頼区間の幅は

$$\left(R+1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right)-\left(R-1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\right)$$

$$=2\cdot1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}$$

[A]　標本の大きさ n が十分に大きいとき，標本比率を R とすると，母比率 p に対する

信頼度 95%の信頼区間は

$$R-1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\leqq p\leqq R+1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}$$

信頼度 99%の信頼区間は

$$R-2.58\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}\leqq p\leqq R+2.58\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{n}}$$

標本の大きさを N とすると，標本比率 R は変わらず，$n=1600$ のときの信頼区間の幅の $\dfrac{1}{3}$ となるから

$$2\cdot1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{N}}=\frac{1}{3}\cdot2\cdot1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{1600}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{N}}=\frac{1}{3\sqrt{1600}}$$

$$N=9\cdot1600$$

よって，標本の大きさを 9 倍にすればよい。

(4) $n=1600$ で標本比率 R のときの信頼度 r% の信頼区間の幅を

$$2\cdot z\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{1600}}$$

とすると，(1)の信頼区間の幅の $\dfrac{1}{3}$ となるから

$$2\cdot z\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{1600}}=\frac{1}{3}\cdot2\cdot1.96\cdot\sqrt{\frac{R(1-R)}{1600}}$$

$$z=\frac{1.96}{3}=0.6533\cdots\fallingdotseq0.65$$

正規分布表より　$P(0\leqq Z\leqq0.65)=0.2422$

$0.2422\times2=0.4844$ より，信頼度を 48% にすればよい。